

**ПРИКАСПИЙСКАЯ МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
10 КЛАСС  
ВРЕМЯ ВЫПОЛНЕНИЯ – 180 МИН.**

1. На волшебной поляне созрели ягоды ежевики и костяники. За один раз можно сорвать две ягоды. Если сорвать две ягоды ежевики или две ягоды костяники, то вырастает одна ягода костяники, а если сорвать одну ягоду ежевики и одну ягоду костяники, то вырастает одна ягода ежевики. В результате осталась одна ягода. Что это за ягода, если известно, сколько ягод ежевики росло на поляне изначально?
2. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 91. Если к этим членам прибавить, соответственно, 25, 27 и 1, то получится три числа, образующих арифметическую прогрессию. Найдите шестой член данной геометрической прогрессии.
3. Найдите остаток от деления  $f(x^3)$  на  $f(x)$ , если  $f(x)=1+x+x^2$ .
4. Найдите минимальное натуральное  $n$ , при котором выражение  $n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)$  делится на 2022.